

# Überlagerungen, Verschränkungen und Schrödingers Katze (Nobel-Aufsatz)\*\*

David J. Wineland\*

Ionenfallen · Nobel-Aufsatz · Quantenuhren ·  
Quantenrechner · Schrödingers Katze

## 1. Einleitung

Seit der Erfindung der Quantenmechanik ist die experimentelle Kontrolle von Quantensystemen Thema eingehender Untersuchungen. Im ersten Teil des 20. Jahrhunderts lieferte die Atomphysik durch Studien der Energiedifferenzen in Atomen und deren Wechselwirkung mit Strahlung wichtige Beiträge zur experimentellen Überprüfung quantenmechanischer Theorien. Die Einführung von spektral reinen, verstimmmbaren Strahlungsquellen wie Mikrowellenoszillatoren und Lasern führte zu einer enormen Verbesserung der Messmethoden, denn nun gelang die kohärente Kontrolle der inneren Zustände von Atomen, wodurch die deterministische Herstellung von Überlagerungszuständen möglich wurde – ein Beispiel hierfür ist die Ramsey-Methode.<sup>[1]</sup> Später ließ sich diese Kontrolle auch auf äußere Zustände (Bewegungszustände) von Atomen erweitern. Laserkühlung und andere Kühltechniken wurden genutzt, um atomare Anfangszustände für eine Reihe interessanter Studien zu erzeugen, z.B. der Bose-Einstein-Kondensation. Auf ähnliche Weise nutzen viele Laboratorien weltweit eine Kontrolle der Quantenzustände künstlicher Atome für Studien kondensierter Materie. Eine angemessene Würdigung all dieser Arbeiten ist nahezu unmöglich, und daher will ich mich auf Experimente zur Quantenkontrolle innerer und äußerer Zustände gefangener atomarer Ionen beschränken.

Die präzise Manipulation eines beliebigen Systems erfordert rauscharme Instrumentierungen sowie die Isolation des Systems von seiner Umgebung. Natürlich kann die Instrumentierung als Teil der Umgebung aufgefasst werden, und so meinen wir damit, dass das System vom unkontrollierten oder verrauschten Teil der Umgebung isoliert werden muss. Ein einfaches Beispiel der Quantenkontrolle stammt aus der magnetischen Kernresonanz, wo die Spins eines makroskopischen Ensembles von Protonen im Zustand  $|\downarrow\rangle$  (Spin antiparallel zu einem anliegenden Magnetfeld) deterministisch in einen Überlagerungszustand  $\alpha|\downarrow\rangle + \beta|\uparrow\rangle$  ( $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ ) gebracht werden können, indem für eine bestimmte Dauer ein resonantes Radiofrequenzfeld angelegt wird. Obwohl das Ensemble makroskopisch ist, ist in diesem Beispiel jeder Spin unabhängig von den anderen und verhält sich als individuelles Quantensystem.

Bereits 1935 erkannte Erwin Schrödinger,<sup>[2]</sup> dass die Quantenmechanik – auf eine komplexere Weise – auch für makroskopische Systeme gelten sollte, was zu bizarren Konsequenzen führt. Sein spezifisches Beispiel ist ein Kasten, in

dem sich ein einzelnes radioaktives Teilchen und eine Katze befinden. Teilchen und Kasten sind über einen Mechanismus verbunden, der bewirkt, dass der Zerfall des Teilchens ein Gift freisetzt, das die Katze tötet. Quantenmechanisch stellen wir die Quantenzustände des radioaktiven Teilchens als nicht zerfallen  $= |\uparrow\rangle$  oder zerfallen  $= |\downarrow\rangle$  sowie den lebendigen und toten Zustand der Katze als  $|L\rangle$  und  $|D\rangle$  dar. Zu Beginn befindet sich das System in einem Zustand, der durch die Wellenfunktion  $|\uparrow\rangle|L\rangle$  dargestellt werden kann. Die Gesetze der Quantenmechanik besagen, dass nach einer Zeit  $t$ , die gleich der Halbwertszeit des Teilchens ist, das System in einen Überlagerungszustand evolviert ist, in dem die Katze gleichzeitig lebendig und tot ist. Dies wird durch die folgende Überlagerungswellenfunktion ausgedrückt:

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}[|\uparrow\rangle|L\rangle + |\downarrow\rangle|D\rangle] \quad (1)$$

Schrödinger nannte dies einen verschränkten Zustand, weil der Zustand des Teilchens mit dem Zustand der Katze korreliert ist. Das bedeutet, wird das Teilchen bei der Messung als nicht zerfallen beobachtet, kann man mit Sicherheit angeben, dass die Katze lebt – und umgekehrt. Vor der Messung aber existieren Teilchen und Katze in beiden Zuständen. Schrödinger (und vielen anderen) ließ diese Extrapolation der Quantenmechanik von individuellen Quantensystemen auf die makroskopische Welt keine Ruhe. Als ein Ausweg aus diesem Dilemma schrieb Schrödinger 1952:<sup>[3]</sup> „Wir experimentieren niemals nur mit einem Elektron oder Atom oder Molekül. In Gedankenexperimenten nehmen wir manchmal an, dass wir das könnten; doch dies hat stets lächerliche Konsequenzen.“

Heute gilt dieses Argument natürlich nicht mehr, und wir können tatsächlich mit einzelnen oder wenigen Quantensystemen experimentieren und dabei auf deterministische Weise Überlagerungen und verschränkte Überlagerungen erzeugen. Die Kontrolle funktioniert am besten, wenn wir es mit einer sehr kleinen Anzahl von Teilchen zu tun haben, und dies erlaubt uns die Realisierung vieler Gedankenexperimente, auf

[\*] Dr. D. J. Wineland  
National Institute of Standards and Technology (USA)  
E-Mail: david.wineland@nist.gov

[\*\*] Copyright The Nobel Foundation 2012. Wir danken der Nobelstiftung, Stockholm, für die Genehmigung zum Abdruck einer deutschen Fassung dieses Vortrags.

deren Grundlage Schrödinger und die anderen Gründerväter der Quantenmechanik diskutiert haben. Auch können wir kleine Analoga von Schrödingers Katze erzeugen, die mitnichten makroskopisch sind, aber die gleichen Grundattribute aufweisen. Dass wir bislang nicht vermögen, makroskopische „Katzen“ herzustellen, hat seine Ursache allein in technischen, nicht in prinzipiellen Beschränkungen. Zugegebenermaßen sind diese technischen Schranken gewaltig, aber man darf optimistisch sein, dass man mit zunehmendem technologischem Fortschritt in der Lage sein wird, die Größen dieser Zustände zu steigern.

Dieser Aufsatz basiert auf meinem Vortrag, den ich 2012 anlässlich der Verleihung des Nobelpreises gehalten habe. Er erzählt im Wesentlichen die Geschichte unserer Arbeitsgruppe am National Institute of Standards and Technology (NIST) in Boulder, Colorado, und unserer Beiträge zur Quantenkontrolle gefangener Ionen. Ich gebe vor allem meine persönliche Sicht der Entwicklung wieder, will aber auch versuchen, wichtige Beiträge anderer Gruppen zu würdigen. Für mich begann die Geschichte in meiner Doktorandenzeit.

## 2. Erste Schritte in Richtung Quantenkontrolle

Von 1965 bis 1970 war ich Doktorand in der Gruppe von Norman Ramsey in Harvard. Norman hatte zusammen mit seinem engen Mitarbeiter Dan Kleppner und dem Studenten Mark Goldenberg kurz zuvor die ersten Wasserstoff-Maser erfunden und vorgestellt.<sup>[4,5]</sup> Als Teil dieses Forschungsprogramms beabsichtigte Norman die Durchführung präziser Messungen der Hyperfeinfrequenzen der drei Wasserstoffisotope, und so wählte ich die Arbeit am Deuterium. Das Experiment war vergleichsweise einfach, allein die relativ lange Wellenlänge (92 cm) des Hyperfeinübergangs von Deuterium im Vergleich zum Wasserstoff (21 cm) verkomplizierte die Dinge ein wenig.<sup>[6]</sup> Vor allem lehrte mich dieses Experiment, jedwede Umgebungseffekte genau zu beachten (und bestmöglich zu kontrollieren), welche die gemessene Übergangsfrequenz von der für ein isoliertes Atom gefundenen verschieben könnten. Zusätzlich zu dem Spaß an der damit einhergehenden Detektivarbeit fesselte mich auch die Ästhetik der langen Kohärenzzeiten der Überlagerungszustände (ca. 1 s in Masern) und deren Bedeutung für Atomuhren. Norman erhielt 1989 den Nobelpreis für Physik für seine Erfindung der Methode der getrennten Felder in der Spektroskopie und seine Entwicklung des Wasserstoff-Masers.<sup>[1]</sup>

Ich war damals sehr fasziniert von den Experimenten von Hans Dehmelt und seinen Mitarbeitern Norval Fortson, Fouad Major und Hans Schüssler an der University of Washington. Das Einfangen von Ionen im Hochvakuum bot einige interessante Vorteile für die Präzisionsspektroskopie, darunter z.B. die Eliminierung der Dopplerverschiebungen erster Ordnung und relativ kleine Kollisionsverschiebungen. Dehmelt und Mitarbeiter führten hochauflösende Messungen des  ${}^3\text{He}^+$ -Hyperfeinübergangs durch, der eine innere Struktur analog zu Wasserstoff aufweist, indem sie die Ionen in einer Radiofrequenz(RF)-Falle (Paul-Falle) speicherten. Eine

Herausforderung dabei war, dass eine Detektion durch optisches Pumpen wegen der erforderlichen kurzen Wellenlänge nicht durchführbar war (und es bis heute nicht ist). Stattdessen wurden die Zustände durch Ladungsaustausch mit einem polarisierten Cs-Strahl präpariert, der die Ionen passierte. Die Detektion wurde mithilfe eines Ladungstransferprozesses ( ${}^3\text{He}^+ + \text{Cs} \rightarrow {}^3\text{He} + \text{Cs}^+$ ) erreicht, der vom inneren Zustand des  ${}^3\text{He}^+$  abhing, gefolgt von der Detektion der abgereicherten Zahl der  ${}^3\text{He}^+$ -Ionen mittels Beobachtung der durch die Ionen induzierten Ströme in den Fallenelektronen.<sup>[7,8]</sup>

Im Herbst 1970 begann ich mein Postdoktorat bei Dehmelt. Obwohl ich mich während meiner Promotion sehr für Ionenfallen begeistert hatte, führte ich dort zunächst Experimente durch, bei denen Ansammlungen von Elektronen in einer Penning-Falle gefangen wurden, um präzise Messungen des magnetischen Moments des Elektrons bzw. des g-Faktors durchzuführen. Ein Student von Dehmelt, Fred Walls, der später ein Kollege am National Bureau of Standards werden sollte, hatte mit diesen Experimenten begonnen. Nach einiger Zeit wurde klar, dass systematische Effekte sehr viel besser kontrolliert werden könnten, wenn man das Experiment an einzelnen Elektronen durchführen würde. Eine erste Aufgabe bestand also darin, ein einzelnes gefangenes Elektron zu isolieren. Dies wurde erreicht, indem eine geringe Zahl von Elektronen in die Falle geladen und dann ihre annähernd harmonische Bewegung (ca. 60 MHz) entlang der Richtung des Magnetfelds erzwungen wurde. Diese Bewegung konnte durch die Verfolgung der in den Elektroden induzierten Ströme (die proportional zur Elektronenzahl sind) nachgewiesen werden. Stellte man die Beschleunigung auf ein kritisches Niveau ein, gewann gelegentlich eines dieser Elektronen ausreichend Energie, um auf einer Fallenelektrode aufzuschlagen und verlorenzugehen. Ein stufenförmiger Induktionsstrom konnte dann genutzt werden, um zu bestimmen, wann ein Elektron in der Falle gefangen war.<sup>[9]</sup> Nachfolgende Experimente an einzelnen Elektronen durch Robert Van Dyck, Paul Schwinberg und Dehmelt wurden verwendet, um präzise Messungen des g-Faktors des Elektrons durchzuführen.<sup>[10,11]</sup> Hierfür sowie für die Entwicklung der Ionenfallentechnik erhielten Dehmelt und Wolfgang Paul 1989 den Nobelpreis, zusammen mit Ramsey.

Zu den Bewegungsmoden eines einzelnen geladenen Teilchens in einer Penning-Falle gehört eine zirkulare Mode um die Falleneachse, die als Magnetronmode bezeichnet wird. Für die Experimente zum g-Faktor des Elektrons war es wünschenswert, das Elektron so nah wie möglich an der Falleneachse zu lokalisieren, um so die Amplitude dieser Mode zu verringern. Dies konnte mit einer Art „Seitenbandkühlung“<sup>[12a,13]</sup> erreicht werden.<sup>[14]</sup> Weitere Denkanstöße erhielt ich damals durch die Arbeiten von Arthur Ashkin,<sup>[15,16]</sup> der die Auswirkungen des Laserlichtdrucks auf die Bewegung von Atomen untersuchte. Analog zur Seitenbandkühlung des Elektrons entwickelten Dehmelt und ich ein Konzept zur Kühlung der Bewegung gefangener Ionen mit Laserstrahlen (siehe unten).<sup>[12b]</sup> Der Kühlereffekt konnte auch mit einer Geschwindigkeitsabhängigkeit des Lichtdrucks erklärt werden, wie Ted Hänsch und Art Schawlow in einer zeitgleich erschienenen Arbeit vorschlugen.<sup>[17]</sup> Uns war damals mitnich-

ten bewusst, welche potenziellen Anwendungen unsere Laserkühlung haben könnte, klar war aber, dass sie für die hochauflösende Spektroskopie gefangener Ionen wichtig war. Zum Beispiel konnte eine der größten systematischen Unsicherheiten im  ${}^3\text{He}^+$ -Experiment,<sup>[8]</sup> die Unsicherheit in der Zeitdilatation, durch Kühlung reduziert werden.

Im Sommer 1975 trat ich eine Stelle in der Time and Frequency Division des NIST an (damals NBS, National Bureau of Standards). Mein erstes Projekt war die Messung der Hyperfeinfrequenz von Caesium, der Referenzfrequenz, die die Sekunde definiert. Die Messapparatur, die die Bezeichnung NBS-6 trug, war von David Glaze in der Division gebaut worden. Es war ein herkömmliches Atomstrahlgerät, das aber einen relativ langen Abstand von 3.75 m zwischen den Ramsey-Zonen hatte. Wir erreichten damit eine Genauigkeit von  $0.9 \times 10^{-13}$ .<sup>[18]</sup> Die Division nahm damals vor allem Auftragsmessungen vor und betrieb nur wenig Grundlagenforschung. Zum Glück hatte unser Abteilungsleiter Helmut Hellwig eine fortschrittliche Vision von der Zukunft der Division und konnte Mittel der NBS gewinnen, um ein Projekt zur Durchführung von Laserkühlungsexperimenten ins Leben zu rufen. Dank dieser Unterstützung, sowie weiterer Mittel vom Office of Naval Research (ONR), konnte unser Team, bestehend aus mir, dem Laserexperten Robert Drullinger und Fred Walls, im Herbst 1977 die Arbeiten aufnehmen. Als Testsysteme wählten wir  ${}^{24}\text{Mg}^+$  (wegen seiner einfachen Elektronenstruktur) sowie die Verwendung von Penning-Fallen, da wir mit diesen bereits Erfahrungen gesammelt hatten. Es war eine aufregende Zeit für uns, und im Frühjahr 1978 erhielten wir die ersten Ergebnisse unserer Kühlungsexperimente.<sup>[19]</sup> Wir beobachteten Ströme in den Fallenelektroden, die durch die thermische Bewegung der Ionen induziert wurden, und hatten so ein direktes Maß für die Temperatur der Ionen. In der Zwischenzeit arbeitete die Gruppe um Peter Toschek in Heidelberg (wo Dehmelt ein Forschungssemester verbrachte) auf das gleiche Ziel hin, wobei sie  $\text{Ba}^+$ -Ionen in einer RF-Paul-Falle verwendeten. Auch sie beobachteten ungefähr zur gleichen Zeit wie wir den Kühlungseffekt anhand der höheren Lebensdauer der Ionen in der Falle.<sup>[20]</sup> Wie der Zufall so spielt, wurden die Manuskripte, ohne dass wir voneinander wussten, im Abstand von einem Tag bei den *Physical Review Letters* eingereicht (Peter Toscheks Gruppe „gewann“ mit einem Tag Vorsprung!). Die in beiden Experimenten beobachtete Kühlung wird typischerweise Doppler-Kühlung genannt, wobei die Oszillationsfrequenz der Ionenbewegung kleiner ist als die Linienbreite des Kühlübergangs. Etliche theoretische Gruppen wurden auf diese Arbeiten aufmerksam, und einige der frühen Arbeiten werden in Lit. [21–23] diskutiert.

Für uns eröffnete diese Kühlungstechnik einen Weg zur Verbesserung unserer Präzisionsuhren. So präsentierten wir 1985, in einer Zusammenarbeit mit John Bollinger, John Prestage und Wayne Itano, die erste Uhr, bei der Laserkühlung verwendet wurde.<sup>[24]</sup> Als Physiker waren wir natürlich schon am Kühlungsprozess an sich begeistert, und zusätzlich zur Anwendung für Präzisionsuhren sollte es uns diese Technik letztlich auch ermöglichen die tiefsten, gequantelten Bewegungszustände eines gefangenem Teilchens zu erreichen und zu kontrollieren.

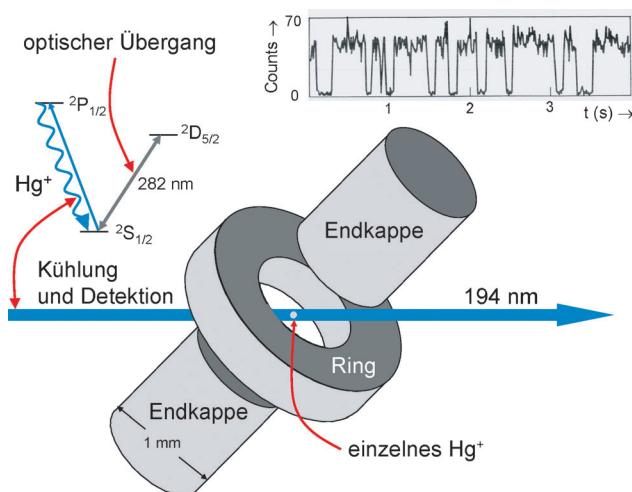
### 3. Kontrolle der Quantenzustände einzelner gefangener Ionen

Ein nächster, naheliegender Schritt war die Isolierung einzelner Ionen. Ähnlich wie bei einzelnen Elektronen sollte die Spektroskopie einzelner Atome die geringsten systematischen Fehler haben.<sup>[25]</sup> Dehmelt und Mitarbeitern gelang es, einzelne  $\text{Ba}^+$ -Ionen zu isolieren, die sich anhand von Sprüngen in der Ionenlaserfluoreszenz identifizieren ließen.<sup>[26]</sup> Wir nutzten anschließend diese Fluoreszenzsprung-Methode, um einzelne  ${}^{24}\text{Mg}^+$ -Ionen zu beobachten.<sup>[27]</sup> In Heidelberg gelangen sogar Photoaufnahmen eines einzelnen Ions, und aufgrund seiner relativ großen Fluoreszenzwellenlänge (493 nm) ist ein einzelnes  $\text{Ba}^+$ -Ion mithilfe einer Lupe sogar für das bloße Auge sichtbar!

In den Einzelionen-Experimenten am NIST fokussierten wir uns nun auf  $\text{Hg}^+$ . Der Grund war, dass  ${}^{199}\text{Hg}^+$  eine relativ hohe Grundzustandshyperfeinübergangsfrequenz von 40.5 GHz<sup>[28–30]</sup> sowie einen schmalen optischen  ${}^2\text{S}_{1/2} \rightarrow {}^2\text{D}_{5/2}$ -Übergang ( $\tau({}^2\text{D}_{5/2}) = 86$  ms) aufweist, der potenziell als optischer Frequenzstandard genutzt werden könnte.<sup>[31]</sup> Obwohl ein optisches Pumpen von  ${}^{199}\text{Hg}^+$  mittels Strahlung aus isotopenselektierten  $\text{Hg}^+$ -Fluoreszenzlampen erreicht werden konnte,<sup>[28–30]</sup> erwies sich die Laseranregung aufgrund der kurzen Wellenlänge (194 nm) als schwierig. Die Entwicklung einer geeigneten Strahlungsquelle gelang schließlich Jim Bergquist aus unserer Gruppe in Zusammenarbeit mit Hamid Hemmati und Wayne Itano durch Summenfrequenz-Mischung eines gedoppelten  $\text{Ar}^+$ -Lasers bei 515 nm mit einem Farbstofflaser bei 792 nm in einem Kaliumpentaboratkristall.<sup>[32]</sup> Wir verwendeten eine RF-Falle mit Ring und Endkappe (Abbildung 1), ähnlich der in Heidelberg benutzten Falle.

Mitte der 80er Jahre war die Forschung über Ionenfallen so weit fortgeschritten, dass man sich mit Schrödingers berühmter Frage „Gibt es Quantensprünge?“ befassen konnte.<sup>[33]</sup> 1986 wurden unabhängig drei ähnliche Experimente durchgeführt,<sup>[34–37]</sup> von denen wir aus Zeitgründen hier nur das von Bergquist et al. beschreiben. Wie in Abbildung 1 gezeigt, bildet sich beim Anlegen eines RF-Potentials zwischen der Ringelektrode und den Endkappen ein als „Pseudopotential“<sup>[38]</sup> bezeichnetes, annähernd harmonisches Bindungspotential. Die relevanten optischen Energieniveaus eines  $\text{Hg}^+$ -Ions sind im oberen linken Teil der Abbildung dargestellt. Der elektrische  ${}^2\text{S}_{1/2} \rightarrow {}^2\text{P}_{1/2}$ -Dipolübergang ( $\lambda = 194$  nm,  $\tau({}^2\text{P}_{1/2}) = 2.9$  ns) wurde genutzt, um eine Doppler-laserkühlung zu realisieren. Bei kontinuierlicher Einstrahlung sollte eine stabile Fluoreszenz des Ions resultieren, aus der eine Abbildung des Ions erzeugt werden könnte. Wird  ${}^2\text{S}_{1/2} \rightarrow {}^2\text{D}_{5/2}$ -Resonanzstrahlung simultan dazu eingestrahlt, sollte die Fluoreszenz bei 194 nm aufgrund der Anregung in den  ${}^2\text{D}_{5/2}$ -Zustand abnehmen.

Eine Dichtematrixbeschreibung, die für ein Ensemble von Atomen gültig ist, würde eine verringerte, aber beständige Fluoreszenzrate vorhersagen. Was aber würde man bei einem einzelnen Ion beobachten?<sup>[39–45]</sup> Hier nimmt die Fluoreszenz des Ions nicht stetig ab, sondern wechselt zwischen vollständiger und keiner Fluoreszenz, was sich effektiv in Quantensprüngen zwischen den  ${}^2\text{S}_{1/2}$ - und  ${}^2\text{D}_{5/2}$ -Zuständen zeigt. Für

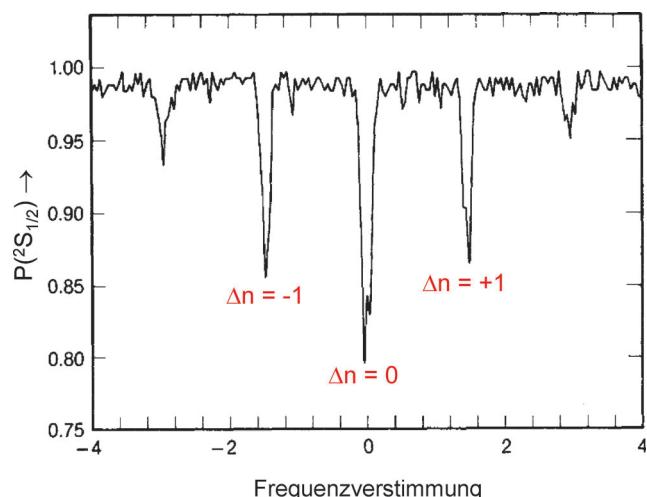


**Abbildung 1.** Aufbau einer Falle für die Untersuchung von einzelnen Hg<sup>+</sup>-Ionen. Zwischen der Ringlektrode und den Endkappenelektroden wird ein RF-Potential angelegt, wodurch das Ion ein RF-Pseudopotenzial erfährt. Angegeben sind die relevanten Hg<sup>+</sup>-Energieniveaus, einschließlich des schmalen optischen 2S<sub>1/2</sub>→2D<sub>5/2</sub>-Übergangs. Das Diagramm oben rechts zeigt die Anzahl an Fluoreszenzphotonen mit 194 nm, die in 10-ms-Zeitintervallen detektiert wurden, gegen die Zeit bei gleichzeitiger Anregung beider Übergänge.<sup>[44]</sup> Das Fehlen von Counts bedeutet, dass sich das Ion im 2D<sub>5/2</sub>-Zustand befindet.

die in Abbildung 1 oben rechts gezeigten Daten wurde die von einem Photomultiplier gemessene Photonenzahl der 194-nm-Fluoreszenz über Zeitschritte von 10 ms akkumuliert und als Funktion der verstrichenen Zeit aufgetragen. In einem allgemeineren Kontext kann das aus den 2S<sub>1/2</sub>- und 2D<sub>5/2</sub>-Zuständen bestehende Quantensystem vermessen werden, indem der 194-nm-Messstrahl 10 ms lang eingestrahlt wird und das Vorhandensein oder Fehlen der Fluoreszenz beobachtet wird. Der 2S<sub>1/2</sub>→2P<sub>1/2</sub>-Übergang wird gelegentlich als „zyklisierender Übergang“ bezeichnet, da das Ion bei Anregung vom 2S<sub>1/2</sub>-Zustand in den 2P<sub>1/2</sub>-Zustand wieder in den 2S<sub>1/2</sub>-Zustand abklingt, dabei ein Photon emittiert und der Anregungs/Abkling-Prozess dann wiederholt wird. Unter Vernachlässigung der gelegentlichen Abklingung des 2P<sub>1/2</sub>-Zustands in den 2D<sub>3/2</sub>-Zustand,<sup>[46]</sup> nähert sich dieses Verfahren an eine ideale Messung der Quantenmechanik an, da die Detektion des Zustands eine Effizienz von fast 100 % hat und der Zustand des Hg<sup>+</sup>-Ions, gleich ob 2S<sub>1/2</sub>- oder 2D<sub>5/2</sub>-Zustand, nach der Messung in seinen ursprünglichen Bedingungen verbleibt. Dehmelt nannte dies „electron shelving“-Detektion,<sup>[25]</sup> wobei das Ion in diesem Beispiel im 2D<sub>5/2</sub>-Zustand „eingelagert“ wurde. Solche Messungen werden auch zerstörungsfreie Quantenmessungen (quantum nondemolition, QND) genannt.<sup>[47,48]</sup> Das Detektionsverfahren durch zustandsabhängige Fluoreszenz ist mittlerweile aus der Atomphysik nicht mehr wegzudenken.

Für eine spektroskopische Untersuchung des 2S<sub>1/2</sub>→2D<sub>5/2</sub>-Übergangs ( $\lambda = 282 \text{ nm}$ ) wurde zunächst ohne 194-nm-Strahl eine Strahlung nahe der Übergangsfrequenz eingestrahlt, um Störungen der Energieniveaus durch den 194-nm-Strahl zu verhindern. Dann wurde der 282-nm-Strahl abgeschaltet und der Ionenzustand mit dem 194-nm-Strahl gemessen. Diese Prozedur wurde viele Male wiederholt, und durch stufen-

weise Frequenzänderung des 282-nm-Strahls wurden Spektren wie das in Abbildung 2 gezeigte erhalten.<sup>[49]</sup> Zur Interpretation dieses Spektrums müssen wir die Bewegung des Ions berücksichtigen. Die Bewegung ist entlang jeder Mo- denachse annähernd harmonisch, sodass im Blickfeld des Ions



**Abbildung 2.** Spektroskopie des 2S<sub>1/2</sub>→2D<sub>5/2</sub>-Übergangs an einem einzelnen <sup>198</sup>Hg<sup>+</sup>-Ion. Das Ion wird für jeden Messzyklus im Zustand <sup>2</sup>S<sub>1/2</sub>≡|↓⟩ präpariert, indem man es auf dieses Niveau abklingen lässt. Dann wird abwechselnd ein Sondenstrahl von 282 nm und ein Messstrahl von 194 nm eingestrahlt. Die |↓⟩- und <sup>2</sup>D<sub>5/2</sub>≡|↑⟩-Zustände werden durch Beobachtung des Vorhandenseins oder Fehlens des Streulichts von 194 nm mit annähernd 100 % Effizienz detektiert. Durch stufenweise Frequenzänderung des Sondenstrahls und Mitteilung über viele Messungen erhalten wir das gezeigte Spektrum, in dem die Wahrscheinlichkeit des Verbleibs des Ions im 2S<sub>1/2</sub>-Zustand,  $P(|^2\text{S}_{1/2}\rangle)$ , gegen die Frequenz des 282-nm-Laserstrahls aufgetragen ist. In einem dynamischen Quantenbild entspricht die zentrale Bande (der „Träger“) Übergängen der Form |↓⟩|n⟩→|↑⟩|n⟩, wobei  $n$  die Quantenzahl des dynamischen Fock-Zustands bezeichnet. Rote und blaue Seitenbänder entsprechen den Übergängen |↓⟩|n⟩→|↑⟩|n+Δn⟩ mit  $\Delta n = -1$  bzw. +1. Der Träger bleibt durch Photonenrückstoß im Wesentlichen unverschoben, weil der Rückstoß von der gesamten Fallenanordnung aufgefangen wird (wie beim Mößbauer-Effekt); siehe z.B. Lit. [50–52].

der Laserstrahls durch die Dopplerverschiebung erster Ordnung sinusoidal frequenzmoduliert zu sein scheint. Daher ist die zentrale Bande (der „Träger“), die der Übergangsfrequenz entspricht, von frequenzmodulierten Seitenbändern im Abstand der Bewegungsfrequenz des Ions flankiert.<sup>[50]</sup> Eine äquivalente Beschreibung ist, dass das Ion Strahlung absorbieren und dabei gleichzeitig ein Bewegungsquant aufnehmen oder abgeben kann, was zu Absorptionsbändern im Abstand der Bewegungsfrequenz vom Träger führt.

Wie bei vielen Experimenten der Atomphysik können wir durch die Verwendung von hochkohärenter Strahlung ein Ion in einem Eigenzustand initialisieren und auf deterministische Weise Überlagerungszustände herstellen, z.B. |↓⟩→α|↓⟩+β|↑⟩. Um die Werte von |α| und |β| zu extrahieren, gehen wir wie oben beschrieben vor. In einer einzelnen Messung findet man entweder den |↓⟩- oder den |↑⟩-Zustand mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten  $P=|\alpha|^2$  und  $1-|\alpha|^2$ .

Quantenfluktuationen („Projektionsrauschen“) in den Messungen sind mit einer Varianz  $\sqrt{P(1-P)/M}$  charakterisiert, wobei  $M$  die Zahl der Messungen an identisch präparierten Atomen ist.<sup>[53]</sup> Daher erfordert eine genaue Messung von  $P$  im Allgemeinen viele Wiederholungsexperimente. In ähnlicher Weise messen Ramsey-Experimente, bei denen die beiden Pulse zeitlich getrennt sind, die relative Phase zwischen  $\alpha$  und  $\beta$ . Mithilfe dieser Arten von Messungen wurden in vielfachen Studien Überlagerungszustände einzelner Ionen mit Kohärenzzeiten von über 1 Sekunde erzeugt und verifiziert. (Für Ionenensembles wurden Kohärenzzeiten von über 10 min demonstriert.)<sup>[54,55]</sup>

Das von Jim Bergquist geleitete  $Hg^+$ -Quantenuhrprojekt am NIST erzählt eine lange, aber sehr erfolgreiche Geschichte. Anfänglich erreichten wir eine Quantenuhr mit einem systematischen Fehler von  $4 \times 10^{-14}$ , die auf dem Hyperfeinübergang von 40.5 GHz einiger weniger, in einer linearen Paul-Falle gefangener  $^{199}Hg^+$ -Ionen basierte.<sup>[56]</sup> Obwohl wir davon ausgingen, dass sich dieser Fehler noch beträchtlich verringern lassen würde, wurde uns auch klar, dass die Zukunft von Hochleistungsuhrn im optischen Bereich lag, und wir konzentrierten uns daher auf den optischen  $^2S_{1/2} \rightarrow ^2D_{5/2}$ -Übergang. Lange Zeit war man davon ausgegangen, dass höhere Frequenzen vorteilhaft bezüglich der Messgenauigkeit wären, da eine höhere Oszillationsfrequenz die Unterteilung eines Zeitintervalls in feinere Einheiten erlaubt. Man brauchte aber zwei Dinge: einen Laser mit ausreichend hoher spektraler Reinheit, um schmale optische Übergänge erzeugen zu können, und ein Verfahren zur Zählung der Zyklen des „lokalen Oszillators“, in diesem Fall des Lasers, der die Quantenuhrübergänge anregt. Brent Young, Bergquist und anderen Mitarbeitern unseres Laboratoriums gelang es, einen resonatorstabilisierten 563-nm-Laser zu entwickeln, der zur Erzeugung der Quantenuhrstrahlung gedoppelt wurde. Die 563-nm-Quelle hatte eine Linienbreite von weniger als 0.2 Hz über eine Integrationszeit von 20 s.<sup>[57]</sup> Heute weiß man, dass selbst bei den stabilsten Lasern die Linienbreite durch die thermischen Fluktuationen an der Spiegeloberfläche limitiert ist. Das zweite Problem der Zyklenzählung konnte mit der Entwicklung von optischen Kämmen durch Jan Hall,<sup>[58]</sup> Ted Hänsch<sup>[59]</sup> und anderen effizient gelöst werden. Durch Verwendung solcher optischer Kämme entwickelten Bergquist und Mitarbeiter 2006 eine optische  $^{199}Hg^+$ -Uhr mit einer systematischen Unsicherheit von  $7.2 \times 10^{-17}$ ; es war die erste Uhr seit der Einführung von Atomuhren mit kleinerem systematischem Fehler als eine Caesiumuhr.<sup>[60]</sup>

#### 4. Manipulation von Ionenbewegungen auf Quantenebene

Der nächste interessante Schritt war die Kontrolle der Bewegung eines Ions auf Quantenebene. Da die Bewegung eines kalt eingefangen Ions entlang jeder Modenachse in sehr guter Näherung harmonisch ist, drücken wir seinen Hamilton-Operator in einer Quantenbeschreibung<sup>[20,23,61]</sup> auf die übliche Weise als  $\hbar\omega_z a^\dagger a$  aus, wobei  $\omega_z$  die Oszillationsfrequenz (hier entlang der  $z$ -Achse) und  $a$  und  $a^\dagger$  die Annihilations- und Erzeugungsoperatoren für die Ionenbewegung sind. Der Operator für die Position des Ions um seinen Mittelwert ist  $z = z_0(a + a^\dagger)$ , wobei  $z_0 = \sqrt{\hbar/2m\omega_z}$  die Ausdehnung der Grundzustandswellenfunktion ist, mit  $m$  der Masse des Ions. Prinzipiell könnten wir die Bewegung des Ions (wie bei Elektronen auch) über den Strom nachweisen, den es in den Fallenelektroden induziert. In der Praxis besteht jedoch eine sehr viel empfindlichere Methode darin, Informationen über die Bewegungszustände auf die inneren Zustände des Ions zu kartieren und diese wie oben beschrieben auslesen. Dazu müssen wir einen der inneren Zustände des Ions effizient mit seiner Bewegung koppeln. Um das nachzuvollziehen, stelle man sich ein einzelnes gefangenes Ion vor, das einen elektrischen Einelektronen-Dipolübergang mit einer Resonanzfrequenz  $\omega_0$  aufweist. Wird dieser Übergang mit einem Laserstrahl der Frequenz  $\omega_L$  angeregt, der sich entlang der  $z$ -Achse ausbreitet, ist die Wechselwirkung gegeben durch:

$$H_I = -\vec{e} \cdot \hat{\varepsilon} E_0 \cos(kz - \omega_L t + \phi) \\ = \hbar \Omega (\sigma_+ + \sigma_-) (e^{i(kz - \omega_L t + \phi)} + e^{-i(kz - \omega_L t + \phi)}) \quad (2)$$

Hierbei ist  $\vec{r}$  die Elektronenkoordinate in Bezug auf den Ionenkern,  $e$  die Elektronenladung,  $\hat{\varepsilon}$ ,  $E_0$  und  $k$  sind die elektrische Feldpolarisierung, die Amplitude bzw. der Wellenvektor des Laserstrahls,  $\phi$  ist die Phase des elektrischen Felds an der mittleren Position des Ions. Die Operatoren  $\sigma_+$  ( $= |\uparrow\rangle\langle\downarrow|$ ) und  $\sigma_-$  ( $= |\downarrow\rangle\langle\uparrow|$ ) sind die Erzeugungs- bzw. Annihilationsoperatoren des inneren Zustands, und es gilt  $\Omega \equiv -E_0 \langle \uparrow | \vec{r} \cdot \hat{\varepsilon} | \downarrow \rangle / 2\hbar$ , mit  $|\downarrow\rangle$  und  $|\uparrow\rangle$  zur Bezeichnung des Grundzustands sowie der optisch angeregten Zustände, wie oben beschrieben. Wenn wir die inneren Zustände des Ions ( $\sigma_+ \rightarrow \sigma_+ e^{i\omega_0 t}$ ) und die Bewegungszustände ( $a^\dagger \rightarrow a^\dagger e^{i\omega_z t}$ ) in ein Wechselwirkungsmodell überführen und annehmen, dass  $\omega_L \approx \omega_0$ , dann geht Gleichung (2) unter Vernachlässigung der nahe  $2\omega_0$  oszillierenden Terme (Rotationswellennäherung) in Gleichung (3) über:

$$H_I \approx \hbar \Omega \sigma_+ e^{i(kz - (\omega_L - \omega_0)t + \phi)} + H.C. \\ \approx \hbar \Omega \sigma_+ e^{-i((\omega_L - \omega_0)t - \phi)} \\ \times (1 + i\eta (ae^{-i\omega_z t} + a^\dagger e^{i\omega_z t})) + H.C. \quad (3)$$

$H.C.$  ist das Hermitesche Konjugat und  $\eta \equiv kz_0 = 2\pi z_0/\lambda$  ist der Lamb-Dicke-Parameter, von dem wir hier annehmen, dass er sehr viel kleiner als 1 ist. Für eine Ion der Masse 40 u (z.B.  $^{40}Ca^+$ ) in einem Potentialtopf mit  $\omega_z/2\pi = 3$  MHz und  $\lambda = 729$  nm erhalten wir  $z_0 = 6.5$  nm und  $\eta = 0.056$ . Für  $\omega_L = \omega_0$  und  $\eta \Omega \ll \omega_z$  können wir in guter Näherung den nichtresonanten  $\eta$ -Term in Gleichung (3) vernachlässigen und erhalten  $H_I \approx \hbar \Omega e^{i\phi} S_0 + H.C.$  Dies ist der Hamilton-Operator für Träger-Übergänge oder, äquivalent dazu, für Spin-Vektor-Rotationen um eine Achse in der  $x$ - $y$ -Ebene der Bloch-Kugel. Wenn wir annehmen, dass  $\omega_L = \omega_0 - \omega_z$  (Laser eingestellt auf die „rote Seitenbande“), und Phasenfaktoren in die Definition von  $\Omega$  aufnehmen, ergibt der Resonanzterm:

$$H_I \approx \hbar \eta (\Omega \sigma_+ a + \Omega^* \sigma_- a^\dagger). \quad (4)$$

Dieser Hamilton-Operator beschreibt die Situation, wenn ein Bewegungsquant mit einem Anregungsquant des inneren Zustands des Ions austauscht. Er ist im Allgemeinen als Jaynes-Cummings-Hamiltonoperator aus der Resonator-Quantenelektrodynamik (Cavity-QED) bekannt, der den Austausch von Energie zwischen den inneren Zuständen eines Atoms in einem Resonator und den im Resonator gefangenen Photonen ausdrückt.<sup>[48, 62]</sup> Bei den Cavity-QED-Experimenten von Serge Haroche, Jean-Michel Raimond, Michel Brune und Mitarbeitern in Paris spielen die Atome im Grunde die gleiche Rolle wie in den Ionenexperimenten; der Unterschied ist, dass der harmonische Oszillatator in den Cavity-QED-Experimenten eine Feldmode des Resonators beschreibt, während er im Ionenexperiment mit der Ionenbewegung zusammenhängt.<sup>[63, 64]</sup> Im Laufe der Jahre hat diese Querbeziehung zu einigen interessanten und komplementären Experimenten geführt.<sup>[48]</sup>

Diese Art von Austausch auf Quantenebene wurde erstmals von Dehmelt und Mitarbeitern bei ihren Experimenten zum g-Faktor des Elektrons genutzt, wo eine Veränderung der Zyklotronquantenzahl von einer Spinumkehr des Elektrons begleitet wird, die indirekt nachgewiesen wurde.<sup>[10]</sup> Wenn wir  $H_I$  aus Gleichung (4) auf ein atomares Ion im Zustand  $|\downarrow\rangle|n\rangle$  anwenden, wobei  $n$  den Quantenzustand des harmonischen Oszillators bezeichnet (Fock-Zustand), induzieren wir den Übergang  $|\downarrow\rangle|n\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle|n-1\rangle$ . Dies entspricht der mit  $\Delta n = -1$  in Abbildung 2 gekennzeichneten Absorption und verringert die Energie der Bewegung um  $\hbar\omega_z$ . Wenn das Ion abklingt, erhöht sich die Bewegungsenergie im Mittel um die Rückstoßenergie  $R = (\hbar k)^2/(2m)$ , wobei  $k = 2\pi/\lambda$ . Typischerweise können wir die Bedingung  $R \ll \hbar\omega_z$  erreichen, sodass im Gesamtstreuoprozess die Bewegungsenergie verringert wird. In Abbildung 2 ist die Träger-Absorption mit  $\Delta n = 0$  markiert, was einer Photonenausabsorption ohne Veränderung des Bewegungszustands entspricht. Dies ist analog zur „rückstoßlosen“ Absorption beim Mößbauer-Effekt (siehe z.B. Lit. [50–52]), jedoch nun im sichtbaren Wellenlängenbereich.

Die kontinuierliche Einstrahlung in den roten Seitenbandenübergang bietet einen relativ unkomplizierten Weg zur Laserkühlung des Ions auf annähernd den Bewegungsgrundzustand. Nach vielen Streuereignissen erreicht das Ion den Zustand  $|\downarrow\rangle|n=0\rangle$ , einen „dunklen Zustand“, bei dem die Streuung aufhört, weil der Zustand  $|\uparrow\rangle|n=-1\rangle$  nicht existiert. Dieser Prozess ist nicht perfekt, da Streuung an den Flanken der  $\Delta n = 0, +1$ -Übergänge zu einer residualen Rückstoßwärmung führt, aber die Bedingung  $\langle n \rangle \ll 1$  kann durchaus erreicht werden. Dies lässt sich leicht dadurch verifizieren, dass die Absorption in die rote Seitenbande  $\Delta n = -1$  annähernd verschwindet, die Absorption der blauen Seitenbande  $\Delta n = +1$  aber bestehen bleibt. 1989 erreichten wir mit Frank Diedrich, einem damaligen Postdoktoranden in unserer Gruppe, mittels der hier beschriebenen Vorgehensweise eine Laserkühlung in zwei Dimensionen bis nahe an den Grundzustand.<sup>[65]</sup> Später erzielten wir in einem von Chris Monroe geleiteten Experiment eine Kühlung in drei Dimensionen bis nahe an den Grundzustand, wobei wir Zweiphotonen-stimulierte Raman-Übergänge nutzten.<sup>[66]</sup>

Neben der Unterdrückung von Dopplerverschiebungen in der Spektroskopie,<sup>[67a]</sup> bestand eine Motivation für eine Seitenbandenkühlung in dem intrinsischen Reiz, aktiv ein gebundenes Teilchen in seinen Bewegungsgrundzustand zu versetzen, der geringstmöglichen Energie innerhalb der durch die Quantenmechanik vorgegebenen Grenzen. Hier ist der Grundzustand ein Gauß-förmiges Wellenpaket mit einer Ausdehnung  $\sqrt{\langle z \rangle^2} = \sqrt{\hbar/2m\omega_z} \equiv z_0$  und einer Energie  $\hbar\omega_z/2$ . Zudem waren wir an der Erzeugung von nichtklassischen Bewegungszuständen<sup>[67b, 68–70]</sup> oder verschränkten Spin-zuständen interessiert.<sup>[71, 72]</sup> Für solche Experimente bietet die Kühlung auf den Bewegungsgrundzustand einen sauberen Ausgangspunkt für eine Manipulation des Bewegungszustands. (In den Experimenten Haroches kann der Grundzustand des Resonators entweder durch thermisches Kühlen auf  $\langle n \rangle \ll 1$  durch Arbeiten bei tiefen Temperaturen oder durch die Extraktion von Photonen mit Atomen erreicht werden, die in einem zur Seitenbandenkühlung von Ionen analogen Prozess durch den Resonator geschickt werden.)<sup>[48]</sup>

Die der roten [Gl. (4)] und blauen Seitenbande entsprechenden Wechselwirkungen ( $H_I \simeq \hbar\eta\Omega\sigma + a^\dagger + \text{H.C.}$ , für  $\omega_L = \omega_0 + \omega_z$ ; induziert  $|\downarrow\rangle|n\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle|n+1\rangle$ -Übergänge) bieten einfache Werkzeuge für die Manipulation von Bewegungszuständen von Ionen. Zum Beispiel können ausgehend von  $|\downarrow\rangle|n=0\rangle$  und unter Einstrahlung einer Serie von blauen Seitenbanden-, roten Seitenbanden- und Träger- $\pi$ -Pulsen Fock-Zustände für einen gewählten Wert  $n$  auf deterministische Weise präpariert werden.<sup>[73]</sup> Aus  $|\downarrow\rangle|n=0\rangle$  können wir auch kohärente Zustände der Ionenbewegung erzeugen, indem wir das Ion mit einem oszillierenden klassischen gleichförmigen Feld<sup>[74]</sup> in seine Bewegungsfrequenz zwingen oder eine oszillierende optische Dipolkraft<sup>[73]</sup> anlegen, die aus Raumgradienten von laserstrahlinduzierten AC-Stark-Verschiebungen resultieren. Ein kohärenter Zustand eines Quantenteilchens ähnelt sehr einem oszillierenden klassischen Teilchen, jedoch ist die Form des Wellenpakets des Quantenteilchens im Gegensatz zu der des klassischen Partikels, die punktähnlich sein kann, die gleiche wie in seinem Grundzustand. So können mittels eines raffinierten, aber einfachen Konzepts, das von Chi Kwong Law und Joe Eberly vorgeschlagen wurde,<sup>[75]</sup> willkürliche Bewegungszustandsüberlagerungen präpariert werden.<sup>[76]</sup> Als letztes Beispiel ermöglicht die rote Seitenbandenwechselwirkung, die für die Dauer eines „ $\pi$ -Pulses“  $t = \pi/(2\eta\Omega)$  induziert wird, einen Übergang vom internen Zustand in den Bewegungszustand:

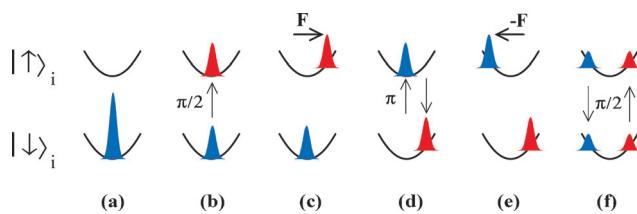
$$(\alpha|\downarrow\rangle + \beta|\uparrow\rangle)|0\rangle \rightarrow |\downarrow\rangle(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) \quad (5)$$

## 5. Schrödingers Katze

Die optische Dipolkraft ist interessant, weil die Stärke dieser Kraft von den inneren Zuständen des Ions abhängen kann. 1996<sup>[77]</sup> waren wir unter Verwendung von zustands-abhängigen optischen Dipolkräften in der Lage, einen Zustand analog zu dem von Schrödingers Katze in Gleichung (1) herzustellen, der die Form von Gleichung 6 hatte:

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\uparrow\rangle|\alpha\rangle + |\downarrow\rangle|-\alpha\rangle] \quad (6)$$

$|\alpha\rangle$  beschreibt hier einen kohärenten Zustand, und die Amplitude der Oszillationsbewegung des Partikels ist gleich  $2\alpha z_0$ . Der Raumanteil des Zustands in Gleichung (6) repräsentiert zwei Wellenpakete, die hin und her oszillieren, aber um  $180^\circ$  außer Phase sind und sich daher einmal pro halbem Oszillationszyklus im Zentrum der Falle begegnen. Die Analogie zu Schrödingers Katze besteht darin, dass sich die Spinzustände des Ions wie die Zustände des einzelnen radioaktiven Teilchens verhalten und die kohärenten Zustände des Ions, die mehr makroskopischen, klassischen Trajektorien folgen, wie der Zustand der Katze sind. Zum Beispiel entspricht das Ion am linken Extrempunkt der lebenden Katze und das Ion am rechten Extrempunkt der toten Katze. Abbildung 3 beschreibt, wie dieser Zustand hergestellt wurde.



**Abbildung 3.** Potential des harmonischen Oszillators und die zugehörigen Wellenpakete der Komponenten der inneren Ionenzustände, bezeichnet mit  $|\uparrow\rangle$  und  $|\downarrow\rangle$ . Die Bilder stellen Momentaufnahmen dar; bei Bild (c) bis (f) sind die Wellenpakete an den Extremen ihrer Bewegung dargestellt. Die Flächen der Wellenpakete entsprechen der Wahrscheinlichkeit, das Atom im gegebenen inneren Zustand vorzufinden. a) Das erste Wellenpaket entspricht dem Bewegungsgrundzustand nach Laserkühlung und Präparation des inneren  $|\downarrow\rangle$ -Zustands. b) Ein  $\pi/2$ -Trägerpuls erzeugt die Überlagerung der inneren Zustände  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\downarrow\rangle+|\uparrow\rangle)$ . c) Eine oszillierende optische Dipolkraft wird angelegt, die nur die  $|\uparrow\rangle$ -Komponente der Überlagerung in einen kohärenten Zustand der Amplitude  $\alpha$  anregt und den Zustand  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\downarrow\rangle|n=0\rangle+|\uparrow\rangle|\alpha\rangle)$  erzeugt. d) Die Spinzustände werden durch Anlegen eines Träger- $\pi$ -Pulses umgekehrt. e) Das mit dem  $|\uparrow\rangle$ -Zustand assoziierte Wellenpaket wird durch die optische Dipolkraft auf eine Amplitude von  $-\alpha$  angeregt, d.h., außer Phase bezogen auf die erste Anregung. Dies ist die Zustandsgleichung (6). f) Zur Analyse des in Schritt (e) erzeugten Zustands und Verifizierung der Phasenkohärenz zwischen den Komponenten der „Schrödingerkatzen“-Wellenfunktion, wenden wir einen abschließenden  $\pi/2$ -Trägerpuls an und messen dann die Wahrscheinlichkeit  $P(|\downarrow\rangle)$ , dass das Ion sich in Zustand  $|\downarrow\rangle$  befindet (siehe Text).

Wir wollen das Experiment analysieren: In Schritt (e) von Abbildung 3 können wir die Amplitudenphase so steuern, dass der kohärente Zustand  $e^{i\phi}\alpha$  und nicht  $-\alpha$  ist. Nahe dem Zustand  $\phi=0$  oszilliert die Wahrscheinlichkeit  $P(|\downarrow\rangle)$  des Ions, im Zustand  $|\downarrow\rangle$  vorzuliegen, aufgrund der Interferenz beider Wellenpakete als Funktion von  $\phi$ . Dies bestätigt die Kohärenz zwischen den beiden Komponenten des „Katzen“-Überlagerungszustands. Diese interferierenden Oszillationen sind sehr analog zu den im Young-Doppelspalteinperiment an einzelnen Photonen, Elektronen, Neutronen oder Atomen beobachteten Streifenoszillationen, wobei die Partikelwellenpakete in diesen Experimenten zeitlich dispers waren,

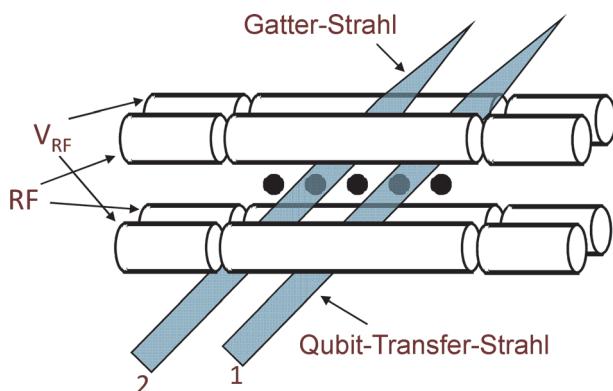
während die Wellenpakete in einem harmonischen Oszillator dies nicht sind und grundsätzlich beliebig lange leben.

In Lit. [77] betrug die maximale Separation der Wellenpakete unter der in Gleichung (6) beschriebenen Bedingung  $4\alpha z_0=83$  nm, während die Höhe der Wellenpakete  $z_0=7.1$  nm betrug (siehe auch Lit. [78, 79]). Natürlich kann man dem widersprechen, den hergestellten Zustand durch seine Bezeichnung als Schrödinger-Katze quasi „zu adeln“, da er so klein ist. In der Tat wurde bei dem Versuch,  $|\alpha|$  größer zu machen, die Qualität der Überlagerungen anfälliger gegenüber Dekohärenz, verursacht durch verrauschte elektrische Felder aus der Umgebung.<sup>[80–82]</sup> Diese Limitierung ist aber nicht grundsätzlicher, sondern nur technischer Natur, und wir sollten irgendwann in der Lage sein, eine Schrödinger-Katze mit  $|\alpha|$  so groß zu machen, dass die Wellenpakete in makroskopischen Abständen separiert sind.

## 6. Eingabe von Quanteninformation

In der Folge von Peter Shors Entwicklung eines quantenmechanischen Algorithmus für die effiziente Zahlenfaktorisierung<sup>[83]</sup> kam es zu einem rasanten Anstieg der Forschungsaktivitäten im Bereich der Quanteninformatik. Für eine potenzielle Realisierung einer universellen Quanteninformationsverarbeitung (QIP) wird derzeit in viele Richtungen geforscht, unter anderem an Atomsystemen, optischen Systemen und kondensierter Materie.

Auf der International Conference on Atomic Physics 1994 in Boulder, Colorado, skizzerte Artur Ekert in einem Vortrag die Idee eines Quantencomputers,<sup>[84]</sup> ein Thema, das für die meisten Zuhörer ganz neu war. Dadurch inspiriert schlügen Ignacio Cirac und Peter Zoller, die mit den Möglichkeiten (und Grenzen) von Experimenten mit gefangenen Ionen wohlvertraut waren, das Prinzip eines Quantencomputers auf der Grundlage von gefangenen Ionen vor.<sup>[85]</sup> Diese zukunftsweisende Veröffentlichung war der erste umfassende Vorschlag, wie ein Quanteninformationsprozessor realisiert werden könnte. Nach ihrem Konzept werden Quantenbits oder „Qubits“ mittels zweier interner Zustände des Ions realisiert, z.B. mit dem oben beschriebenen  $|\downarrow\rangle$ - und  $|\uparrow\rangle$ -Zustand. Die ionischen Qubits werden in einer Falle gehalten, wie in Abbildung 4 schematisch dargestellt. Die Bewegung der Ionen ist durch die Coulomb-Wechselwirkung stark gekoppelt und wird am besten anhand der Normalmoden einer Art von Pseudomolekül beschrieben. Typischerweise nehmen alle Ionen an der Bewegung einer Mode teil, sodass diese als ein Datenbus zum Transport von Informationen zwischen Ionen fungieren kann. Ein 1-Qubit-Gatter oder eine 1-Qubit-Rotation werden implementiert, indem ein oder mehrere fokussierte Laserstrahlen auf dieses Ion gerichtet werden und man so, wie oben beschrieben, einen kohärenten Träger-Übergang erzeugt. Dies ist der einfachere Teil der Prozedur. Der schwierigere Teil ist die Realisierung eines Logikgatters zwischen zwei selektierten Ionen. Um dies zu erreichen, kühlte man zunächst alle Moden bis auf den Grundzustand. Der innere Qubit-Zustand des einen Ions wird dann auf das aus dem Grund- und ersten angeregten Zustand einer bestimmten Bewegungsmodus gebildete Qubit übertragen (Laserstrahl



**Abbildung 4.** Schema des von Cirac und Zoller vorgeschlagenen Quantencomputers.<sup>[85]</sup> Quadrupolare Elektroden sind so konfiguriert, dass sie eine lineare Anordnung von gefangenen Ionen-Qubits erzeugen (gefüllte schwarze Kreise). An zwei diagonal gegenüberliegenden Stäben liegt ein RF-Potential an, um transversal zur horizontalen Achse der Fallenachse ein ponderomotorisches Pseudopotential zu realisieren. An den Endsegmenten der Elektroden angelegte Potentiale sperren die Ionen entlang der Achse ein. Idealerweise werden alle Bewegungsmoden vor den logischen Verknüpfungen mittels Laserkühlung in den Grundzustand versetzt. Die gequantelten Bewegungsmoden können als Datenbus genutzt werden, um Informationen zwischen den inneren Zuständen der Qubit-Ionen auszutauschen, die mittels fokussierter Laserstrahlen selektiert wurden (siehe Text).

1 in Abbildung 4), wie in Gleichung (5) angegeben. Der Laserstrahl 2 erzeugt dann ein Logikgatter zwischen dem Qubit-Bewegungszustand und einem zweiten selektierten Ion. Da das zweite Ion normalerweise in einem Überlagerungszustand vorliegt, kann die Wellenfunktion für den Spin- und Bewegungszustand des zweiten Qubits als  $\alpha|\downarrow\rangle|0\rangle + \beta|\downarrow\rangle|1\rangle + \xi|\uparrow\rangle|0\rangle + \zeta|\uparrow\rangle|1\rangle$  geschrieben werden. Ein bestimmter Typ eines Logikgatters verleiht der  $|\uparrow\rangle|1\rangle$ -Komponente der Wellenfunktion ein Minuszeichen, indem ein kohärenter  $2\pi$ -Übergang  $|\uparrow\rangle|1\rangle \rightarrow |\text{aux}\rangle|0\rangle \rightarrow -|\uparrow\rangle|1\rangle$  erzwungen wird, wobei  $|\text{aux}\rangle$  ein dritter, „auxiliarer“ innerer Zustand des Ions ist.<sup>[85]</sup> Eine Umkehrung des Vorzeichens der  $|\uparrow\rangle|1\rangle$ -Komponente der Wellenfunktion bedeutet die Realisierung eines verschrankten 2-Qubit-„ $\pi$ -Phasen“-Gatters, das für Rechenoperationen universell ist. Zum Schluss wird der anfängliche Transferschritt am ersten Ion umgekehrt, was die Bewegung zurück in den Grundzustand versetzt und das Logikgatter zwischen den inneren Qubit-Zuständen der beiden Laserstrahl-selektierten Ionen vollendet. Am NIST entwickelten wir kürzlich eine Grundzustandskühlung mit stimulierten Raman-Übergängen an hyperfeinen Qubit-Zuständen, womit wir ein universelles Gatter zwischen einem hyperfeinen Qubit und einem Bewegungsmoden-Qubit demonstrieren konnten.<sup>[86]</sup> Ein vollständiges Cirac/Zoller-Gatter zwischen zwei selektierten Qubits wurde anschließend von Rainer Blatt und Mitarbeitern in Innsbruck vorgestellt.<sup>[87]</sup>

In weiteren Studien wurden einfachere Gatter entworfen, bei denen mehrere Ionen simultan mit den gleichen Laserstrahlen angesprochen werden.<sup>[88–92]</sup> Diese Gatter haben zudem den Vorteil, dass nicht alle Moden in den Grundzustand versetzt werden müssen. Es ist nur erforderlich, jedes Ion genau innerhalb des Lamb-Dicke-Bereichs zu halten ( $(z^2) \ll (\lambda/2\pi)^2$ ). Man kann sich den Sachverhalt so vorstellen,

dass diese „geometrischen“ Gatter aus Quantenphasen hervorgehen, die entstehen, wenn eine Mode der Ionenbewegung im Phasenraum entlang einem geschlossenen Pfad verschoben wird. Die akkumulierten Phasen sind proportional zum umschlossenen Bereich im Phasenraum. Die verschiedenen Gatter sind prinzipiell ähnlich, wobei der Hauptunterschied darin liegt, ob die Kräfte in der  $z$ -Basis (Eigenzustände  $|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle$ ) oder in der  $x, y$ -Basis (Eigenzustände der Form  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\downarrow\rangle + e^{i\xi}|\uparrow\rangle), \frac{1}{\sqrt{2}}(|\downarrow\rangle - e^{i\xi}|\uparrow\rangle)$ ) auf die Spinzustände einwirken.<sup>[93]</sup> Die für die Verschiebungen erforderlichen Kräfte sind gewöhnlich durch die optischen Dipolkräfte schon implementiert, wie im Beispiel der Schrödinger-Katze. Da die Kräfte zustandsabhängig sind, erzeugen die differenziellen geometrischen Phasen ein Verschränkungsgatter. 2-Qubit-Phasengatter wurden in der  $z$ -Basis<sup>[94, 95]</sup> und in der  $x, y$ -Basis implementiert.<sup>[96–99]</sup> In dem Innsbrucker Experiment<sup>[96]</sup> wurde ein Bell-Zustand mit einer Genauigkeit von 0.993(1) erzeugt, was den Standard für alle QIP-Experimente setzte. Durch Verwendung von 1- oder Multi-Qubit-Gattern konnten mehrere ionenbasierte QIP-Algorithmen demonstriert werden.<sup>[100, 101]</sup> Am NIST wurden die meisten Studien hierzu von Didi Leibfried geleitet. Die Gruppe um Chris Monroe an der University of Maryland verfolgt einen vollkommen anderen Ansatz zur Erzeugung von Ionenverschränkungen, und zwar mittels gekoppelter Messungen an Photonen, die zunächst mit Ionen-Qubits verschrankt werden.<sup>[102–104]</sup> Dieses Konzept hat den Vorteil, dass die Ionen nicht im Lamb-Dicke-Bereich liegen müssen. Außerdem ermöglicht es die Verschränkung von weit auseinanderliegenden Qubits, da sich Photonen relativ leicht über weite Entfernungen übertragen lassen.

Das grundlegende Konzept des Cirac/Zoller-Ansatzes wird in verschiedenen QIP-Varianten mit gefangenen Ionen weiterentwickelt. Der Cirac/Zoller-Ansatz hat dem Gebiet der Ionenfallen neuen Auftrieb gegeben, und heute arbeiten über 30 Forschergruppen weltweit an verschiedenen Aspekten der Quanteninformationsverarbeitung. Beteiligte Universitäten und Institutionen sind: University of Aarhus, Amherst College, University of California, Berkeley, University of California, Los Angeles, Duke University, ETH Zürich, Universität Freiburg, Georgia Tech, Griffiths University, Imperial College, Universität Innsbruck, Lincoln Laboratories, Universität Mainz, Universität Hannover, Physikalisch Technische Bundesanstalt in Braunschweig, Massachusetts Institute of Technology, National Institute of Standards and Technology, National Physical Laboratory (Großbritannien), Osaka University, Oxford University, Joint Quantum Institute der University of Maryland, Université de Paris, Universität des Saarlandes, Sandia National Laboratory (USA), Universität Siegen, Simon Fraser University, National University of Singapore, Sussex University, University of Sydney, Tsinghua University, Universität Ulm, University of Washington, Wabash College und Weizmann Institute.

### 6.1. Quantensimulation

In den frühen 80er Jahren schlug Richard Feynman vor, dass irgendein Quantensystem für die effiziente Simulation

der Dynamik anderer Quantensysteme von Interesse genutzt werden könnte.<sup>[105,106]</sup> Dies ist heute eine mit Spannung erwartete Anwendung der QIP. Natürlich wird ein großer Quantencomputer die Simulation jedes beliebigen Quantensystems erlauben. Möglich ist jedoch auch, die verfügbaren Wechselwirkungen in einem Quantenprozessor zu verwenden, um bestimmte Klassen physikalischer Probleme zu simulieren. Was gefangene Ionen anbelangt, war es möglich, die für die verschiedenen Gitter genutzten Wechselwirkungen zur Simulation anderer interessierender Systeme zu nutzen, z.B. nichtlinearer optischer Systeme,<sup>[107]</sup> bewegungsquantendynamischer Phänomene wie der Zitterbewegung des Elektrons<sup>[108]</sup> oder des Phänomens der Quantenwanderung.<sup>[109,110]</sup> Aktuell forschen mehrere Arbeitsgruppen an der Nutzbarmachung von QIP-Wechselwirkungen zur Simulation verschiedener Dynamiken, einschließlich der Dynamik kondensierter Materie. Einige der grundlegenden Ideen, wie dies funktionieren könnte, werden in Lit. [100,111–125] diskutiert. Zum Beispiel aktivieren Logikgatterwechselwirkungen zwischen den Ionen i und j eine Spin-Spin-artige Wechselwirkung der Form  $\sigma_{\hat{u}}\sigma_{\hat{u}}$ , wobei  $\hat{u} \in \{\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}\}$  gilt. Spinrotationen um eine Richtung  $\hat{u}$  wirken wie Magnetfelder entlang  $\hat{u}$ . Diese fundamentalen Wechselwirkungen wurden an bis zu 16 Ionen in einer RF-Falle implementiert.<sup>[98,116,120,126–129]</sup> Ein interessanter Aspekt dieser Arbeit ist die Untersuchung der Quantenphasenübergänge durch Variieren der relativen Stärken der (simulierten) Spin-Spin- und Magnetfeld-Wechselwirkung. Die fundamentalen Wechselwirkungen wurden auch an mehr als 100 Spins in einem von John Bollinger am NIST durchgeführten Experiment in einer Penning-Falle implementiert,<sup>[111]</sup> in der die Ionen auf natürliche Weise eine dreieckige Anordnung bilden. In der Innsbrucker Gruppe wurden Simulationen einschließlich einer gezielten Dissipation implementiert,<sup>[100,130]</sup> und es gelang eine bemerkenswerte Demonstration eines digitalen Quantensimulators,<sup>[100,131]</sup> der im Wesentlichen den ersten universellen Quantencomputer darstellt.

## 6.2. Spektroskopie und Quantenmetrologie

Einige mögliche Anwendungen von Quantenkontrolle und QIP sind von der Idee motiviert, verschrankte Zustände zur Verbesserung spektroskopischer Empfindlichkeiten zu nutzen.<sup>[71,72,132–135]</sup> Tatsächlich wurden solche erhöhten Empfindlichkeiten auch aufgezeigt.<sup>[133,134,136–139]</sup> Diese Nachweise wurden innerhalb der Randbedingung erbracht, dass das Rauschen vom „Projektionsrauschen“ dominiert ist (das fundamentale Rauschen, das durch die Fluktuationen des Zustands verursacht wird, auf den das System bei der Messung projiziert wird).<sup>[53,140]</sup> Dies kann bei einem spektroskopischen Experimenten der Fall sein, wenn die Abfragezeit durch eine bestimmte experimentelle Randbedingung limitiert ist, etwa der Flugdauer des Atoms bei der Caesium-Fontänenuhr, oder wenn die Temperatur der Ionen unterhalb eines bestimmten Wertes gehalten werden soll. Ist jedoch ein signifikantes Phasenrauschen entweder in den Atomen selbst<sup>[141]</sup> oder in der Abfragestrahlung vorhanden,<sup>[52,142–144]</sup> kann der aus der Verschränkung hervorgehende Nutzen

verloren gehen. Ein vordringliches Ziel ist daher die Suche nach Sondenoszillatoren, die stabil genug sind, dass das Projektionsrauschen über die Abfragezeit dominant ist.

Einige Ionen von spektroskopischem Interesse können schwer detektierbar sein, da sie entweder über keine zyklierenden Übergänge verfügen oder ein zyklisierender Übergang bei geeigneter Wellenlänge fehlt. In manchen Fällen kann diese Beschränkung überwunden werden, indem man das spektroskopisch interessierende Ion mit einem „logischen“ Ion, dessen Zustände einfach detektierbar sind, simultan speichert. Gemäß dem Cirac/Zoller-Konzept können wir den oben beschriebenen Transferprozess von einem inneren Zustand in einen Bewegungszustand verwenden. Die Idee ist, zunächst die beiden interessierenden Zustände des spektroskopierten Ions in den Grundzustand sowie den ersten angeregten Zustand einer Mode der gekoppelten Ionenbewegung zu überführen. Darauf folgt dann eine Kartierung der Bewegungszustände auf dem logischen Ion, das anschließend gemessen wird.<sup>[145]</sup> In einem von Till Rosenband am NIST geleiteten Projekt wurde diese Technik zur Detektion der optischen Übergänge von  $^{27}\text{Al}^+$ -Ionen verwendet, indem die relevanten  $^{27}\text{Al}^+$ -Zustände auf ein logisches  $^9\text{Be}^+$ - oder  $^{25}\text{Mg}^+$ -Ion überführt wurden, das dann gemessen wurde.<sup>[146]</sup> Dieses Prinzip wird heute routinemäßig in der  $^{27}\text{Al}^+$ -basierten optischen Quantenuhr angewendet<sup>[147,148]</sup> und könnte auch auf molekulare Ionen übertragen werden. Diese optische  $^{27}\text{Al}^+$ -Einzelionenuhr hat mit unter  $1 \times 10^{-17}$  den kleinsten systematischen Fehler aller derzeit bekannten Quantenuhren.<sup>[147]</sup> Dieses Niveau an Genauigkeit hat es erlaubt, Vorhersagen von Einsteins allgemeiner Relativitätstheorie auf anthropogener Skala zu beobachten, z.B. die Zeidilatation bei Fahrzeugschwundigkeiten und die gravitorische Rotverschiebung bei Höhenveränderungen von rund 30 cm.<sup>[149]</sup> Solche Uhren könnten sich auch als nützliche Werkzeuge in der Geodäsie erweisen.

Der Informationstransfer- und Ausleseprozess, der in den  $^{27}\text{Al}^+/^9\text{Be}^+$ -Quantenuhrexperimenten genutzt wurde, hatte typischerweise eine Genauigkeit von etwa 0.85 und war durch Fehler limitiert, die durch die thermische Ionenbewegung in nicht für den Informationstransfer genutzten Moden verursacht wurden (sogenannte Debye-Waller-Faktoren aus der Mößbauer-Spektroskopie).<sup>[51,52]</sup> Der quantenlogische Detektionsprozess ist eine Messung vom QND-Typ, weil die detektierten Populationen des  $^{27}\text{Al}^+$ -Ions nicht gestört werden. Er kann daher wiederholt werden, um bessere Informationen über den (projizierten)  $^{27}\text{Al}^+$ -Ionenzustand zu gewinnen. Durch Anwendung einer Bayes-Echtzeitanalyse an aufeinanderfolgenden Detektionszyklen wurde die Auslesegenauigkeit von 0.85 auf 0.9994 verbessert.<sup>[150]</sup> Dieses Experiment ähnelt in mancherlei Hinsicht Haroche Cavity-QED-Experimenten, wo aufeinanderfolgende Sondenatome zur Durchführung von QND-Messungen der Photonenanzahl in einem Resonator genutzt werden.<sup>[151]</sup> In Lit. [150] wird das gleiche Atom ( $^9\text{Be}^+$ ) nach jedem Detektionszyklus zurückgesetzt und wiederverwendet. Weil die Detektion in Echtzeit durchgeführt wurde, war die Vorgehensweise außerdem adaptiv und benötigte pro Durchlauf eine minimale Anzahl von Detektionszyklen zum Erreichen einer bestimmten Messgenauigkeit.

## 7. Zusammenfassung

Ich habe versucht, einen kurzen Überblick über das Gebiet der Manipulation von Quantenzuständen gefangener atomischer Ionen zu geben. Ich bitte um Nachsicht, dass ich etliche Aspekte dieser Thematik ausgelassen und vor allem Beispiele aus unserer Forschergruppe am NIST in Boulder herangezogen habe. Viele weitere Studien waren Gegenstand zahlreicher Originalveröffentlichungen und Übersichten, siehe z.B. Lit. [52, 69, 93, 100, 101, 103, 116, 123, 152–158]. Übersichten über hochentwickelte Quantenuhren, einschließlich Ionenuhren, finden sich in Lit. [159–162] (siehe auch Lit. [163] und darin zitierte Literatur).

## Danksagung

Sicherlich ist meine Rolle in den hier diskutierten Arbeiten sehr gering im Vergleich zu der meiner Kollegen am NIST und anderswo weltweit, die so viele wichtige Beiträge geliefert haben. Tatsächlich würdigt die Vergabe des Nobelpreises an mich mehr das Forschungsgebiet an sich als die Leistung einer Einzelperson – viele andere hätten es genauso verdient. Allein schon die Arbeit am NIST war das Ergebnis der gemeinsamen Anstrengungen vieler Mitarbeiter. Ich hatte das Glück, über meine gesamte Zeit am NIST mit Jim Bergquist, John Bollinger, Bob Drullinger und Wayne Itano zusammenarbeiten zu dürfen; im letzten Jahrzehnt kamen noch Didi Leibfried und Till Rosenband hinzu. Chris Monroe war von 1992 bis 2000 ein sehr wichtiger Bestandteil unserer Gruppe, und er leitet nun seinen eigenen Arbeitskreis an der University of Maryland. Und natürlich hätten sich unserer Erfolge nicht ohne die engagierte Mitarbeit der mehr als 100 Studenten, Postdoktoranden und Gastwissenschaftler verwirklichen lassen. Das gemeinsame Arbeiten an gleichen oder ähnlichen Problemen war eine starke Motivation, und die kongeniale Atmosphäre über all die Jahre hat unsere Arbeit zu einem Vergnügen gemacht.

Während meiner ganzen Laufbahn erhielt unser Team großzügige Unterstützung durch das NBS/NIST-Management. Meine unmittelbaren Vorgesetzten im Laufe der Jahre, Helmut Hellwig, Sam Stein, Don Sullivan und Tom O’Brian, haben unsere Ziele und Wünsche stets bestmöglich unterstützt. Seit kurzem erhalten wir erfreulicherweise auch die Unterstützung von Carl Williams, der das Quanteninformatikprogramm am NIST leitet. Auch unserer Labordirektorin, Katharine Gebbie, schulden wir großen Dank für ihre Unterstützung und Förderung. Dass ich der vierte Mitarbeiter nach Bill Phillips, Eric Cornell und Jan Hall bin, der während ihrer Amtszeit als Labordirektorin einen Nobelpreis erhielt, ist ein Gradmesser für ihren Erfolg. Unser Dank gilt auch etlichen Institutionen außerhalb des NIST, darunter AFOSR, ARO, DARPA, ONR sowie verschiedenen Geheimdiensten, die unsere Arbeiten zur Quanteninformatik unterstützt haben. Ich habe großen Respekt vor den Arbeitskreisleitern einiger der Gruppen, mit denen wir im Wettbewerb stehen, darunter Rainer Blatt (Innsbruck) und Chris Monroe (University of Maryland). Unsere langjährigen Freundschaften habe ich stets genossen. Es war außerdem eine große Freude,

den Preis mit Serge Haroche teilen zu können. Ich kenne Serge seit 25 Jahren und schätze sowohl die elegante Wissenschaft seiner Gruppe als auch unsere gegenseitige Freundschaft, die meine Frau und mich mit Serge und seiner Frau Claudine verbindet. Und vor allem bin ich dankbar für das große Glück, bei meiner Frau Sedna und meinen Söhnen Charles und Michael stets Unterstützung, Verständnis und Geduld zu finden.

Ich danke John Bollinger, Wayne Itano, Didi Leibfried und Till Rosenband für hilfreiche Vorschläge zum Manuskript. Diese Veröffentlichung ist ein Beitrag des NIST und unterliegt nicht dem US-amerikanischen Copyright.

Eingegangen am 22. April 2013  
Online veröffentlicht am 12. August 2013

Übersetzt von Dr. Christiane Feldmann-Leben, Ettlingen

- [1] N. F. Ramsey, *Rev. Mod. Phys.* **1990**, *62*, 541.
- [2] E. Schrödinger, *Naturwissenschaften* **1935**, *23*, 807.
- [3] E. Schrödinger, *Br. J. Philos. Sci.* **1952**, *3*, 233.
- [4] H. M. Goldenberg, D. Kleppner, N. F. Ramsey, *Phys. Rev. Lett.* **1960**, *5*, 361.
- [5] D. Kleppner, H. M. Goldenberg, N. F. Ramsey, *Phys. Rev.* **1962**, *126*, 603.
- [6] D. J. Wineland, N. F. Ramsey, *Phys. Rev. A* **1972**, *5*, 821.
- [7] N. Fortson, F. Major, H. Dehmelt, *Phys. Rev. Lett.* **1966**, *16*, 221.
- [8] H. A. Schuessler, E. N. Fortson, H. G. Dehmelt, *Phys. Rev.* **1969**, *187*, 5.
- [9] D. Wineland, P. Ekstrom, H. G. Dehmelt, *Phys. Rev. Lett.* **1973**, *31*, 1279.
- [10] R. S. Van Dyck, P. Schwinberg, H. Dehmelt, *Phys. Rev. Lett.* **1977**, *38*, 310.
- [11] H. G. Dehmelt, *Rev. Mod. Phys.* **1990**, *62*, 525.
- [12] a) D. Wineland, H. Dehmelt, *Int. J. Mass Spectrom. Ion Phys.* **1975**, *16*, 338; b) D. Wineland, H. Dehmelt, *Bull. Am. Phys. Soc.* **1975**, *20*, 637.
- [13] D. Wineland, H. Dehmelt, *Int. J. Mass Spectrom. Ion Phys.* **1976**, *19*, 251.
- [14] R. S. Van Dyck, P. B. Schwinberg, H. G. Dehmelt in *New Frontiers in High-Energy Physics* (Hrsg.: B. M. Kursunoglu, A. Perlmutter, L. F. Scott), Plenum, New York, **1978**, S. 159.
- [15] A. Ashkin, *Phys. Rev. Lett.* **1970**, *24*, 156.
- [16] A. Ashkin, *Phys. Rev. Lett.* **1970**, *25*, 1321.
- [17] T. W. Hänsch, A. L. Schawlow, *Opt. Commun.* **1975**, *13*, 68.
- [18] D. J. Wineland, D. W. Allan, D. J. Glaze, H. W. Hellwig, S. Jarvis, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **1976**, *IM-25*, 453.
- [19] D. J. Wineland, R. E. Drullinger, F. L. Walls, *Phys. Rev. Lett.* **1978**, *40*, 1639.
- [20] W. Neuhauser, M. Hohenstatt, P. Toschek, H. Dehmelt, *Phys. Rev. Lett.* **1978**, *41*, 233.
- [21] V. Letokhov, V. G. Minogin, B. D. Pavlik, *Sov. Phys. JETP* **1977**, *45*, 698.
- [22] A. P. Kazantsev, *Sov. Phys. Usp.* **1978**, *21*, 58.
- [23] S. Stenholm, *Rev. Mod. Phys.* **1986**, *58*, 699.
- [24] J. J. Bollinger, J. D. Prestage, W. M. Itano, D. J. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* **1985**, *54*, 1000.
- [25] H. G. Dehmelt, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **1982**, *IM-31*, 83.
- [26] W. Neuhauser, M. Hohenstatt, P. Toschek, H. Dehmelt, *Phys. Rev. A* **1980**, *22*, 1137.
- [27] D. J. Wineland, W. M. Itano, *Phys. Lett. A* **1981**, *82*, 75.
- [28] F. G. Major, G. Werth, *Phys. Rev. Lett.* **1973**, *30*, 1155.
- [29] L. S. Cutler, R. P. Giffard, M. D. McGuire in *Proceedings of the 13th Annual PTTI Applications and Planning Meeting*, Vol. 2220, NASA, Washington, **1982**, S. 563.

- [30] J. D. Prestage, G. J. Dick, L. Maleki, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **1991**, *40*, 132.
- [31] P. L. Bender, J. L. Hall, R. H. Garstang, F. M. J. Pichanick, W. W. Smith, R. L. Barger, J. B. West, *Bull. Am. Phys. Soc.* **1976**, *21*, 599.
- [32] H. Hemmati, J. C. Bergquist, W. M. Itano, *Opt. Lett.* **1983**, *8*, 73.
- [33] E. Schrödinger, *Br. J. Philos. Sci.* **1952**, *3*, 109.
- [34] J. C. Bergquist, R. G. Hulet, W. M. Itano, D. J. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* **1986**, *57*, 1699.
- [35] W. Nagourney, J. Sandberg, H. G. Dehmelt, *Phys. Rev. Lett.* **1986**, *56*, 2797.
- [36] T. Sauter, W. Neuhauser, R. Blatt, P. E. Toschek, *Phys. Rev. Lett.* **1986**, *57*, 1696.
- [37] R. Blatt, P. Zoller, *Eur. J. Phys.* **1988**, *9*, 250.
- [38] W. Paul, *Rev. Mod. Phys.* **1990**, *62*, 531.
- [39] C. Cohen-Tannoudji, J. Dalibard, *Europhys. Lett.* **1986**, *1*, 441.
- [40] R. J. Cook, H. J. Kimble, *Phys. Rev. Lett.* **1985**, *54*, 1023.
- [41] T. Erber, S. Putterman, *Nature* **1985**, *318*, 41.
- [42] J. Javanainen, *Phys. Rev. A* **1986**, *33*, 2121.
- [43] H. J. Kimble, R. J. Cook, A. L. Wells, *Phys. Rev. A* **1986**, *34*, 3190.
- [44] D. T. Pegg, R. Loudon, P. L. Knight, *Phys. Rev. A* **1986**, *33*, 4085.
- [45] A. Schenzle, R. G. DeVoe, R. G. Brewer, *Phys. Rev. A* **1986**, *33*, 2127.
- [46] W. M. Itano, J. C. Bergquist, R. G. Hulet, D. J. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* **1987**, *59*, 2732.
- [47] V. B. Braginsky, F. Y. Khalili, *Rev. Mod. Phys.* **1996**, *68*, 1.
- [48] S. Haroche, J. M. Raimond, *Exploring the Quantum*, Oxford University Press, Oxford, **2006**.
- [49] J. C. Bergquist, W. M. Itano, D. J. Wineland, *Phys. Rev. A* **1987**, *36*, 428.
- [50] R. H. Dicke, *Phys. Rev.* **1953**, *89*, 472.
- [51] H. J. Lipkin, *Quantum Mechanics*, North-Holland, New York, **1973**.
- [52] D. J. Wineland, C. Monroe, W. M. Itano, D. Leibfried, B. E. King, D. M. Meekhof, *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.* **1998**, *103*, 259.
- [53] W. M. Itano, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, J. M. Gilligan, D. J. Heinzen, F. L. Moore, M. G. Raizen, D. J. Wineland, *Phys. Rev. A* **1993**, *47*, 3554.
- [54] J. J. Bollinger, D. J. Heinzen, W. M. Itano, S. L. Gilbert, D. J. Wineland, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **1991**, *40*, 126.
- [55] P. T. H. Fisk, M. J. Sellars, M. A. Lawn, C. Coles, A. G. Mann, D. G. Blair, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **1995**, *44*, 113.
- [56] D. J. Berkeland, J. D. Miller, J. C. Bergquist, W. M. Itano, D. J. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* **1998**, *80*, 2089.
- [57] B. C. Young, F. C. Cruz, W. M. Itano, J. C. Bergquist, *Phys. Rev. Lett.* **1999**, *82*, 3799.
- [58] J. L. Hall, *Rev. Mod. Phys.* **2006**, *78*, 1279.
- [59] T. W. Hänsch, *Rev. Mod. Phys.* **2006**, *78*, 1297.
- [60] W. H. Oskay, S. A. Diddams, E. A. Donley, T. M. Fortier, T. P. Heavner, L. Hollberg, W. M. Itano, S. R. Jefferts, M. J. Delaney, K. Kim, F. Levi, T. E. Parker, J. C. Bergquist, *Phys. Rev. Lett.* **2006**, *97*, 020801.
- [61] D. J. Wineland, W. M. Itano, *Phys. Rev. A* **1979**, *20*, 1521.
- [62] E. T. Jaynes, F. W. Cummings, *Proc. IEEE* **1963**, *51*, 89.
- [63] C. A. Blockley, D. F. Walls, H. Risken, *Eur. Phys. Lett.* **1992**, *17*, 509.
- [64] T. Sauter, H. Gilhaus, I. Siemers, R. Blatt, W. Neuhauser, P. E. Toschek, *Z. Phys. D* **1988**, *10*, 153.
- [65] F. Diedrich, J. C. Bergquist, W. M. Itano, D. J. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* **1989**, *62*, 403.
- [66] C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, S. R. Jefferts, W. M. Itano, D. J. Wineland, P. Gould, *Phys. Rev. Lett.* **1995**, *75*, 4011.
- [67] a) D. J. Wineland, W. M. Itano, J. C. Bergquist, R. G. Hulet, *Phys. Rev. A* **1987**, *36*, 2220; b) J. I. Cirac, R. Blatt, A. S. Parkins, P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **1993**, *70*, 762.
- [68] J. I. Cirac, A. S. Parkins, R. Blatt, P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **1993**, *70*, 556.
- [69] J. I. Cirac, A. S. Parkins, R. Blatt, P. Zoller, *Adv. At. Mol. Phys.* **1996**, *37*, 237.
- [70] D. J. Heinzen, D. J. Wineland, *Phys. Rev. A* **1990**, *42*, 2977.
- [71] J. J. Bollinger, W. M. Itano, D. J. Wineland, D. J. Heinzen, *Phys. Rev. A* **1996**, *54*, R4649.
- [72] D. J. Wineland, J. J. Bollinger, W. M. Itano, F. L. Moore, D. J. Heinzen, *Phys. Rev. A* **1992**, *46*, R6797.
- [73] D. M. Meekhof, C. Monroe, W. M. Itano, B. E. King, D. J. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* **1996**, *76*, 1796.
- [74] P. Carruthers, M. M. Nieto, *Am. J. Phys.* **1965**, *33*, 537.
- [75] C. K. Law, J. H. Eberly, *Phys. Rev. Lett.* **1996**, *76*, 1055.
- [76] A. Ben-Kish, B. DeMarco, V. Meyer, M. Rowe, J. Britton, W. M. Itano, B. Jelenković, C. Langer, D. Leibfried, T. Rosenband, D. J. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* **2003**, *90*, 037902.
- [77] C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, D. J. Wineland, *Science* **1996**, *272*, 1131.
- [78] M. J. McDonnell, J. P. Home, D. M. Lucas, G. Imreh, B. C. Keitch, D. J. Szwer, N. R. Thomas, S. C. Webster, D. N. Stacey, A. M. Steane, *Phys. Rev. Lett.* **2007**, *98*, 063603.
- [79] U. Poschinger, A. Walther, K. Singer, F. Schmidt-Kaler, *Phys. Rev. Lett.* **2010**, *105*, 263602.
- [80] C. J. Myatt, B. E. King, Q. A. Turchette, C. A. Sackett, D. Kielpinski, W. M. Itano, C. Monroe, D. J. Wineland, *J. Mod. Opt.* **2000**, *47*, 2181.
- [81] C. J. Myatt, B. E. King, Q. A. Turchette, C. A. Sackett, D. Kielpinski, W. M. Itano, C. Monroe, D. J. Wineland, *Nature* **2000**, *403*, 269.
- [82] Q. A. Turchette, C. J. Myatt, B. E. King, C. A. Sackett, D. Kielpinski, W. M. Itano, C. Monroe, D. J. Wineland, *Phys. Rev. A* **2000**, *62*, 053807.
- [83] P. W. Shor in *Proceedings of the 35th Annual Symposium on the Foundations of Computer Science*, Vol. 35 (Hrsg.: S. Goldwasser), IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, **1994**, S. 124.
- [84] A. Ekert in *Atomic Physics*, Bd. 14 (Hrsg.: D. J. Wineland, C. E. Wieman, S. J. Smith), American Institute of Physics, New York, **1995**, S. 450–466.
- [85] J. I. Cirac, P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **1995**, *74*, 4091.
- [86] C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, W. M. Itano, D. J. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* **1995**, *75*, 4714.
- [87] F. Schmidt-Kaler, H. Häffner, M. Riebe, S. Gulde, G. P. T. Lancaster, T. Deuschle, C. Becher, C. Roos, J. Eschner, R. Blatt, *Nature* **2003**, *422*, 408.
- [88] E. Solano, R. L. de Matos Filho, N. Zagury, *Phys. Rev. A* **1999**, *59*, R2539.
- [89] A. Sørensen, K. Mølmer, *Phys. Rev. Lett.* **1999**, *82*, 1971.
- [90] G. J. Milburn, S. Schneider, D. F. V. James, *Fortschr. Phys.* **2000**, *48*, 801.
- [91] A. Sørensen, K. Mølmer, *Phys. Rev. A* **2000**, *62*, 02231.
- [92] X. Wang, A. Sørensen, K. Mølmer, *Phys. Rev. Lett.* **2001**, *86*, 3907.
- [93] P. J. Lee, K. A. Brickman, L. Deslauriers, P. C. Haljan, L. M. Duan, C. Monroe, *J. Opt. B* **2005**, *7*, S371.
- [94] D. Leibfried, B. DeMarco, V. Meyer, D. Lucas, M. Barrett, J. Britton, W. M. Itano, B. Jelenković, C. Langer, T. Rosenband, D. J. Wineland, *Nature* **2003**, *422*, 412.
- [95] J. P. Home, M. J. McDonnell, D. M. Lucas, G. Imreh, B. C. Keitch, D. J. Szwer, N. R. Thomas, S. C. Webster, D. N. Stacey, A. M. Steane, *New J. Phys.* **2006**, *8*, 188.
- [96] C. A. Sackett, D. Kielpinski, B. E. King, C. Langer, V. Meyer, C. J. Myatt, M. Rowe, Q. A. Turchette, W. M. Itano, D. J. Wineland, C. Monroe, *Nature* **2000**, *404*, 256.
- [97] P. C. Haljan, P. J. Lee, K. A. Brickman, M. Acton, L. Deslauriers, C. Monroe, *Phys. Rev. A* **2005**, *72*, 062316.
- [98] J. Benhelm, G. Kirchmair, C. F. Roos, R. Blatt, *Nat. Phys.* **2008**, *4*, 463.

- [99] K. Kim, M. S. Chang, R. Islam, S. Korenblit, L. M. Duan, C. Monroe, *Phys. Rev. Lett.* **2009**, *103*, 120502.
- [100] R. Blatt, D. J. Wineland, *Nature* **2008**, *453*, 1008.
- [101] R. Blatt, C. F. Roos, *Nat. Phys.* **2012**, *8*, 277.
- [102] D. L. Moehring, P. Maunz, S. Olmschenk, K. C. Younge, D. N. Matsukevich, L. M. Duan, C. Monroe, *Nature* **2007**, *449*, 68.
- [103] S. Olmschenk, D. Hayes, D. N. Matsukevich, P. Maunz, D. L. Moehring, C. Monroe, *Int. J. Quant. Inform.* **2010**, *8*, 337.
- [104] C. Monroe, R. Raussendorf, A. Ruthven, K. R. Brown, P. Maunz, L. M. Duan, J. Kim, *arXiv* **2012**, 1208.0391.
- [105] R. P. Feynman, *Int. J. Theor. Phys.* **1982**, *21*, 467.
- [106] S. Lloyd, *Science* **1996**, *273*, 1073.
- [107] D. Leibfried, B. DeMarco, V. Meyer, M. Rowe, A. Ben-Kish, J. Britton, W. M. Itano, B. Jelenković, C. Langer, T. Rosenband, D. J. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* **2002**, *89*, 247901.
- [108] R. Gerritsma, G. Kirchmair, F. Zähringer, E. Solano, R. Blatt, C. F. Roos, *Nature* **2010**, *463*, 68.
- [109] H. Schmitz, R. Matjeschk, C. Schneider, J. Glueckert, M. Enderlein, T. Huber, T. Schätz, *Phys. Rev. Lett.* **2009**, *103*, 090504.
- [110] F. Zähringer, G. Kirchmair, R. Gerritsma, E. Solano, R. Blatt, C. F. Roos, *Phys. Rev. Lett.* **2010**, *104*, 100503.
- [111] C. Wunderlich, C. Balzer, *Adv. At. Mol. Phys.* **2003**, *49*, 293.
- [112] D. Porras, J. I. Cirac, *Phys. Rev. Lett.* **2004**, *92*, 207901.
- [113] S. L. Deng, C. Porras, J. I. Cirac, *Phys. Rev. A* **2005**, *72*, 063407.
- [114] D. Porras, J. I. Cirac, *Phys. Rev. Lett.* **2006**, *96*, 250501.
- [115] M. Pons, V. Ahufinger, C. Wunderlich, A. Sanpera, S. Braungardt, A. Sen(De), U. Sen, M. Lewenstein, *Phys. Rev. Lett.* **2007**, *98*, 023003.
- [116] T. Schätz, A. Friedenauer, H. Schmitz, L. Petersen, S. Kahra, *J. Mod. Opt.* **2007**, *54*, 2317.
- [117] J. M. Taylor, T. Calarco, *Phys. Rev. A* **2008**, *78*, 062331.
- [118] J. Chiaverini, W. E. Lybarger, *Phys. Rev. A* **2008**, *77*, 022324.
- [119] M. Johanning, A. F. Varon, C. Wunderlich, *J. Phys. B* **2009**, *42*, 154009.
- [120] R. J. Clark, T. Lin, K. R. Brown, I. L. Chuang, *J. Appl. Phys.* **2009**, *105*, 013114.
- [121] H. Schmitz, A. Friedenauer, C. Schneider, R. Matjeschk, M. Enderlein, T. Huber, T. Schätz, *Appl. Phys. B* **2009**, *95*, 195.
- [122] R. Schmied, J. Wesenberg, D. Leibfried, *New J. Phys.* **2011**, *13*, 115011.
- [123] C. Schneider, D. Porras, T. Schaetz, *Rep. Prog. Phys.* **2012**, *75*, 024401.
- [124] J. W. Britton, B. C. Sawyer, A. C. Keith, C. C. J. Wang, J. K. Freericks, H. Uys, M. J. Biercuk, J. J. Bollinger, *Nature* **2012**, *484*, 489.
- [125] S. Korenblit, D. Kafri, W. C. Campbell, R. Islam, E. E. Edwards, Z. X. Gong, G. D. Lin, L. M. Duan, J. Kim, C. Monroe, *New J. Phys.* **2012**, *14*, 095024.
- [126] A. Friedenauer, H. Schmitz, J. T. Glueckert, D. Porras, T. Schätz, *Nat. Phys.* **2008**, *4*, 757.
- [127] E. E. Edwards, S. Korenblit, K. Kim, R. Islam, M. S. Chang, J. K. Freericks, G. D. Lin, L. M. Duan, C. Monroe, *arXiv* **2010**, 1005.4160.
- [128] K. Kim, M. S. Chang, S. Korenblit, R. Islam, E. E. Edwards, J. K. Freericks, G. D. Lin, L. M. Duan, C. Monroe, *Nature* **2010**, *465*, 590.
- [129] R. Islam, C. Senko, W. C. Campbell, S. Kornblit, J. Smith, A. Lee, E. E. Edwards, C. D. Wang, J. K. Freericks, C. Monroe, *arXiv* **2012**, 1210.0142.
- [130] J. T. Barreiro, M. Müller, P. Schindler, D. Nigg, T. Monz, M. Chwalla, M. Hennrich, C. F. Roos, E. Solano, R. Blatt, *Nature* **2011**, *470*, 486.
- [131] B. P. Lanyon, C. Hempel, D. Nigg, M. Müller, R. Gerritsman, F. Aähringer, P. Schindler, J. T. Barreiro, M. Rambach, G. Kirchmair, M. Hennrich, P. Zoller, R. Blatt, C. F. Roos, *Science* **2011**, *334*, 57.
- [132] D. J. Wineland, J. J. Bollinger, W. M. Itano, D. J. Heinzen, *Phys. Rev. A* **1994**, *50*, 67.
- [133] D. Leibfried, M. D. Barrett, T. Schätz, J. Britton, J. Chiaverini, W. M. Itano, J. D. Jost, C. Langer, D. J. Wineland, *Science* **2004**, *304*, 1476.
- [134] C. F. Roos, M. Chwalla, K. Kim, M. Riebe, R. Blatt, *Nature* **2006**, *443*, 316.
- [135] G. Goldstein, P. Cappellaro, J. R. Maze, J. S. Hodges, L. Jiang, A. S. Sørensen, M. D. Lukin, *arXiv* **2009**, 1001.0089.
- [136] V. Meyer, M. A. Rowe, D. Kielpinski, C. A. Sackett, W. M. Itano, C. Monroe, D. J. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* **2001**, *86*, 5870.
- [137] D. Leibfried, E. Knill, S. Seidelin, J. Britton, R. B. Blakestad, J. Chiaverini, D. Hume, W. M. Itano, J. D. Jost, C. Langer, R. Ozeri, R. Reichle, D. J. Wineland, *Nature* **2005**, *438*, 639.
- [138] I. D. Leroux, M. H. Schleier-Smith, V. Vuletić, *Phys. Rev. Lett.* **2010**, *104*, 250801.
- [139] T. Monz, P. Schindler, J. T. Barreiro, M. Chwalla, D. Nigg, W. A. Coish, M. Harlander, W. Hänsel, M. Hennrich, R. Blatt, *Phys. Rev. Lett.* **2011**, *106*, 130506.
- [140] D. J. Wineland, W. M. Itano, J. C. Bergquist, F. L. Walls in *Proc. 35th Ann. Frequency Control Symposium*, Vol. NTIS No. AD-A110870, Electronic Industries Assn., Washington, **1982**, S. 602–611.
- [141] S. F. Huelga, C. Macchiavello, T. Pellizzari, A. K. Ekert, M. B. Plenio, J. I. Cirac, *Phys. Rev. Lett.* **1997**, *79*, 3865.
- [142] V. Bužek, R. Derka, S. Massar, *Phys. Rev. Lett.* **1999**, *82*, 2207.
- [143] A. André, A. Sørensen, M. D. Lukin, *Phys. Rev. Lett.* **2004**, *92*, 230801.
- [144] T. Rosenband, *arXiv* **2012**, 1203.0288.
- [145] D. J. Wineland, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, R. E. Drullinger, W. M. Itano in *Proc. 6th Symposium Frequency Standards and Metrology* (Hrsg.: P. Gill), World Scientific, Singapore **2002**, S. 361–368.
- [146] P. O. Schmidt, T. Rosenband, C. Langer, W. M. Itano, J. C. Bergquist, D. J. Wineland, *Science* **2005**, *309*, 749.
- [147] T. Rosenband, D. B. Hume, P. O. Schmidt, C. W. Chou, A. Brusch, L. Lorini, W. H. Oskay, R. E. Drullinger, T. M. Fortier, J. E. Stalnaker, S. A. Diddams, W. C. Swann, N. R. Newbury, W. M. Itano, D. J. Wineland, J. C. Bergquist, *Science* **2008**, *319*, 1808.
- [148] C. W. Chou, D. B. Hume, J. C. J. Koelemeij, D. J. Wineland, T. Rosenband, *Phys. Rev. Lett.* **2010**, *104*, 070802.
- [149] C. W. Chou, D. B. Hume, T. Rosenband, D. J. Wineland, *Science* **2010**, *329*, 1630.
- [150] D. B. Hume, T. Rosenband, D. J. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* **2007**, *99*, 120502.
- [151] S. Deléglise, I. Dotzenko, C. Sayrin, J. Bernu, M. Brune, J. M. Raimond, S. Haroche, *Nature* **2008**, *455*, 510.
- [152] M. Šašura, V. Bužek, *J. Mod. Opt.* **2002**, *49*, 1593.
- [153] D. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe, D. Wineland, *Rev. Mod. Phys.* **2003**, *75*, 281.
- [154] D. Kielpinski, *Front. Phys. China* **2008**, *3*, 365.
- [155] L. M. Duan, C. Monroe, *Adv. At. Mol. Phys.* **2008**, *55*, 419.
- [156] C. Monroe, M. Lukin, *Physics World* 32, August, **2008**.
- [157] H. Häffner, C. F. Roos, R. Blatt, *Phys. Rep.* **2008**, *469*, 155.
- [158] L. M. Duan, C. Monroe, *Rev. Mod. Phys.* **2010**, *82*, 1209.
- [159] P. Gill, *Metrologia* **2005**, *42*, S125.
- [160] P. Gill, *Phil. Trans. R. Soc. A* **2011**, *369*, 4109.
- [161] *Frequency Standards and Metrology, Proceedings of the 7th Symposium* (Hrsg.: L. Maleki), World Scientific, Singapore, **2008**.
- [162] H. S. Margolis, *J. Phys. B* **2009**, *42*, 154017.
- [163] A. A. Madej, P. Dubé, Z. Zhou, J. E. Bernard, M. Gertsvolf, *Phys. Rev. Lett.* **2012**, *109*, 203002.